

TEMAT:

Czy ta liczba jest pierwsza?

Cel lekcji:

- Przypomnienie i zrozumienie zagadnienia podzielności liczb całkowitych
- Poznasz algorytm sprawdzający, czy liczba jest pierwsza
- Poznasz pojęcie, budowę i zastosowanie funkcji w C++
- Poznasz kody źródłowe dwóch programów sprawdzających podzielność liczby przez 3 i podzielności przez kilka liczb jednocześnie

3003764180846061820529860983591660500568758630303014848439416933455477232190679942968936553007726883
2044821488239942672783529070090483643221801534819965224137228768431021338628457366636150666753212277
2859359864057780256875647795865832142051171109635844262936572650387240710147982631320437143129112198
3921887612885039587719203550171864386658099542863444605366067617179336837496247567825783617310448839
3415538708525086853729720593125160684978153267041474492829488344942944399900377683107249686825062286
6039978884541062234219154504645252386846303469724807334155852889497374778705327594144808269546049745
6828866626343377860615513544982943927889697172778141702478578408251738141699795297188313782581564608
5559840480101227796366411816231874024198444633957114750089387335047175228230927696090836821825747585
7949333688648781647084935600389442816615101269892941620923700583920438303155576675128697727353015966
1985701199715089754997694301136325207049765960186628185272133382975016900338946922123296485757802701
4196402945429737959875296311111016605491092270887078015597272587562270408512042220698580020895369977
9570148521239387340972873010415557408840313517334104245951181312377569862268931591236073913864912702
3415144428718932278065783390729080827377769444385415586254947822397050215229241868055912264302194834
9597209480270192432860053439312864670334136802658773456120996492171325713422364148313637902389031004
2525635413014854847842999675719601547926712259803033804208054192341842074795499467736417866657681142
4290456743082042195510254499603306084297298742495390510239913534927444063780921168670031114527566381
4787400613623896315221156156309003481445433740426897266914333658960802626210554033791573465284748834
7593274189154190268344381703937005859988258738844104703265786972872467031538046586054465054455074057
6667584122636703873875886422681931587928429633314121961087938076231596866469718385005664942369574820
2938739453352422155782069304048211095116494406224000080326138393427275030611496266069485883825605117
5068892832139454208742932972246987520113669462093278238956827855411755068700419740512669886938379166
0582947031987757036016138300494937056662825730452684973368323258191740869209540946992858908369595455
3136099502968193442460410779780300130021777027043336863754242474061525353754572490905808135164721874
4727642822082819531434046147948019409172689512295289366782697613537883501359686839454254721178661480
197878074023925416361732739524887646806930888658034708495615580289143061406737324981100007920620828
034738734479501478416938075275062456297777148639348095823760361135154609402225249320964037733810328
3529063758252110272579818799505105035175774636922646768007806539057459116761476394787387316948200103
5660575421155006422607759592169709217254684018331483422831130417943961049785992689953036803643466566
8708101765050043036866176884576165281765515296711602837118294095063802749130975512137247288403347465
0085088126285692286623108501560817284739903170550502299459673467721619304166333925976452104581192978
70564549713088064370903666349145505742852035424411974959376358546733591369133270653701119146391158530
51022520919278955971702086388479408441255943970496725971629547311134454899112173991201797750375857
6198837673626668315139080518610927854862082180529758793475236030310410743173956895589547661324676751
0290992008188196347221105048823395951890829720118189931857331488090912536624551146852236093060281840

1. Liczby złożone i liczby pierwsze

Pytanie jaka liczba jest liczbą złożoną a jaka liczbą pierwszą?

1. Liczby złożone i liczby pierwsze

Liczby złożone

- **Dodatnie liczby naturalne, które można przedstawić w postaci iloczynu liczb naturalnych mniejszych od nich**

Liczby złożone i liczby pierwsze

Liczby złożone

- Dodatnie liczby naturalne, które można przedstawić w postaci iloczynu liczb naturalnych mniejszych od nich

Przykłady:

$$9 = 3 * 3$$

$$10 = 2 * 5$$

$$120 = 2 * 3 * 4 * 5$$

$$1115 = 3 * 5 * 7 * 11$$

Liczby złożone i liczby pierwsze

Liczby pierwsze

- Pozostałe liczby z wyjątkiem liczby 1, są liczbami pierwszymi

Liczbą pierwszą nazywamy liczbę, która jest podzielna wyłącznie przez 1 i przez samą siebie.

Liczby pierwsze – kolor zielony
Wśród liczb < 100 jest 25 liczb pierwszych

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

Rys. 8.1. Liczby złożone i liczby pierwsze
mniejsze niż 100

Liczby pierwsze

Podstawowe twierdzenie arytmetyki Dotyczące liczb pierwszych

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

Rys. 8.1. Liczby złożone i liczby pierwsze
mniejsze niż 100

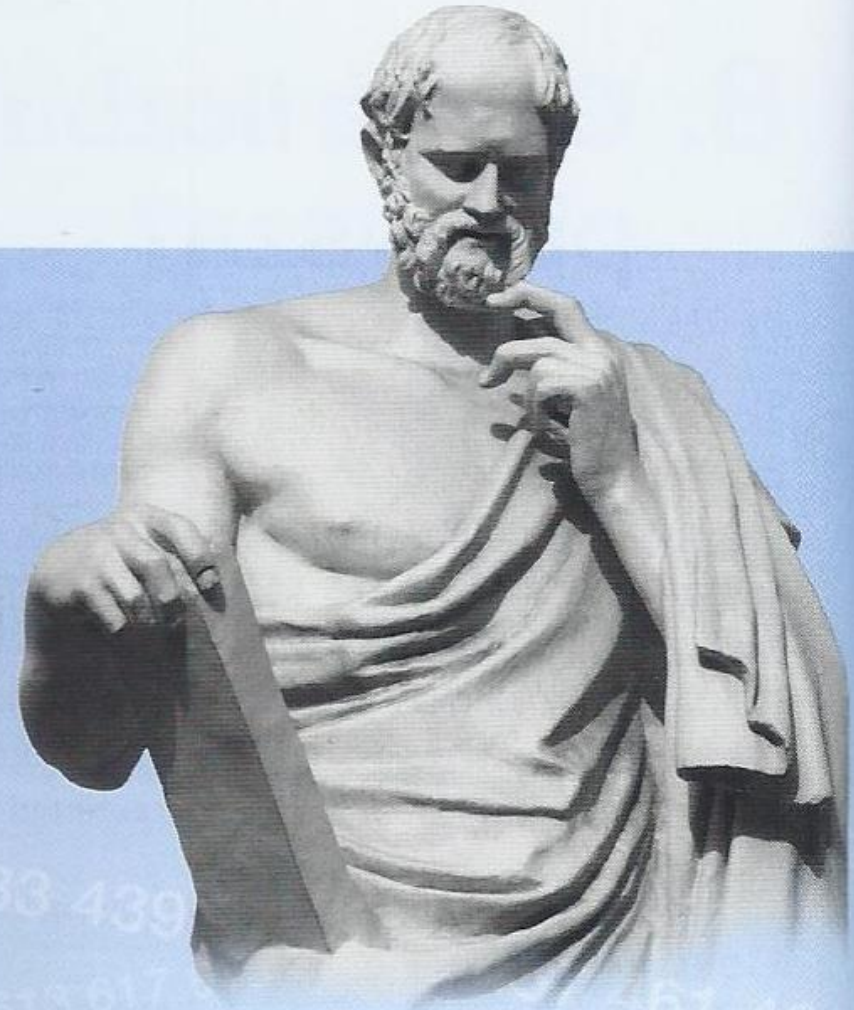
**Każda liczba naturalna (większa od 1) jest albo
liczbą pierwszą, albo iloczynem liczb pierwszych**

Co warto wiedzieć o liczbach pierwszych

Co warto wiedzieć
o liczbach pierwszych?

Ile jest liczb pierwszych?

Liczby pierwsze odkryto i badano już w starożytności. W IV w. p.n.e. Euklides udowodnił, że jest ich nieskończenie wiele. Dotąd nie odkryto jednak wzoru, według którego można byłoby dla konkretnej liczby n wyznaczyć n -tą liczbę pierwszą.



Co warto wiedzieć o liczbach pierwszych

Liczby pierwsze w kryptografii

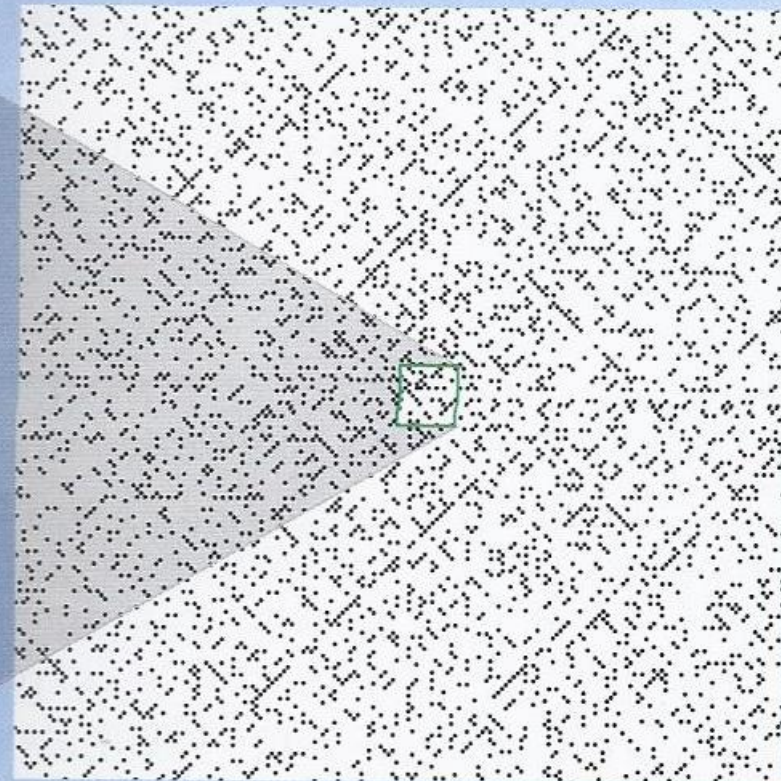
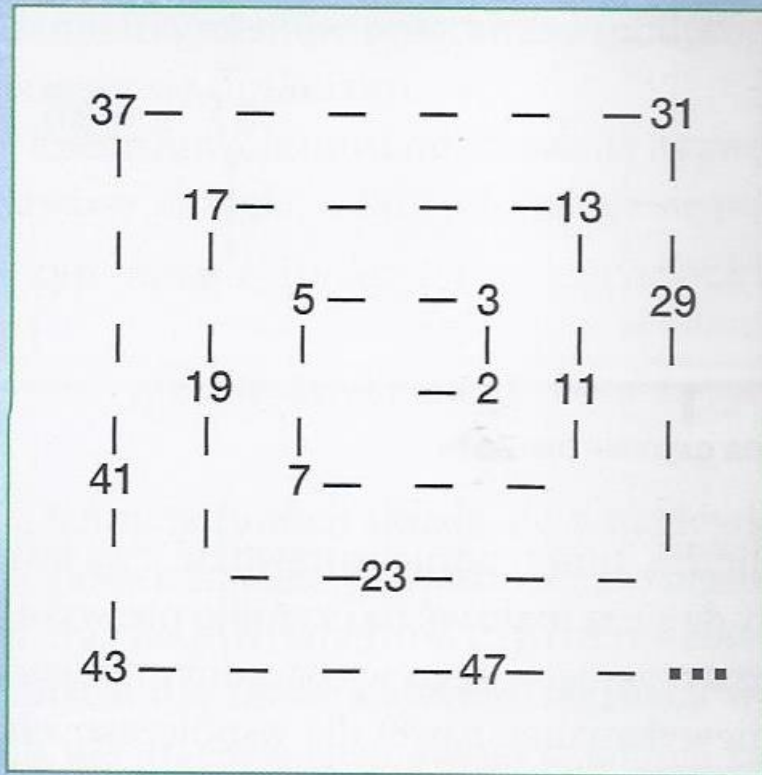
Liczbę utworzoną z iloczynu dwóch dużych liczb pierwszych bardzo trudno w rozsądnym czasie rozłożyć na czynniki pierwsze, nawet z użyciem najszybszych komputerów. Wykorzystali to twórcy algorytmu RSA, który stosuje się do szyfrowania komunikacji w sieci Internet oraz w bankowości elektronicznej. Liczby pierwsze używane w tym algorytmie mają nawet 2048 bitów, czyli składają się z 2048 cyfr binarnych.



Co warto wiedzieć o liczbach pierwszych

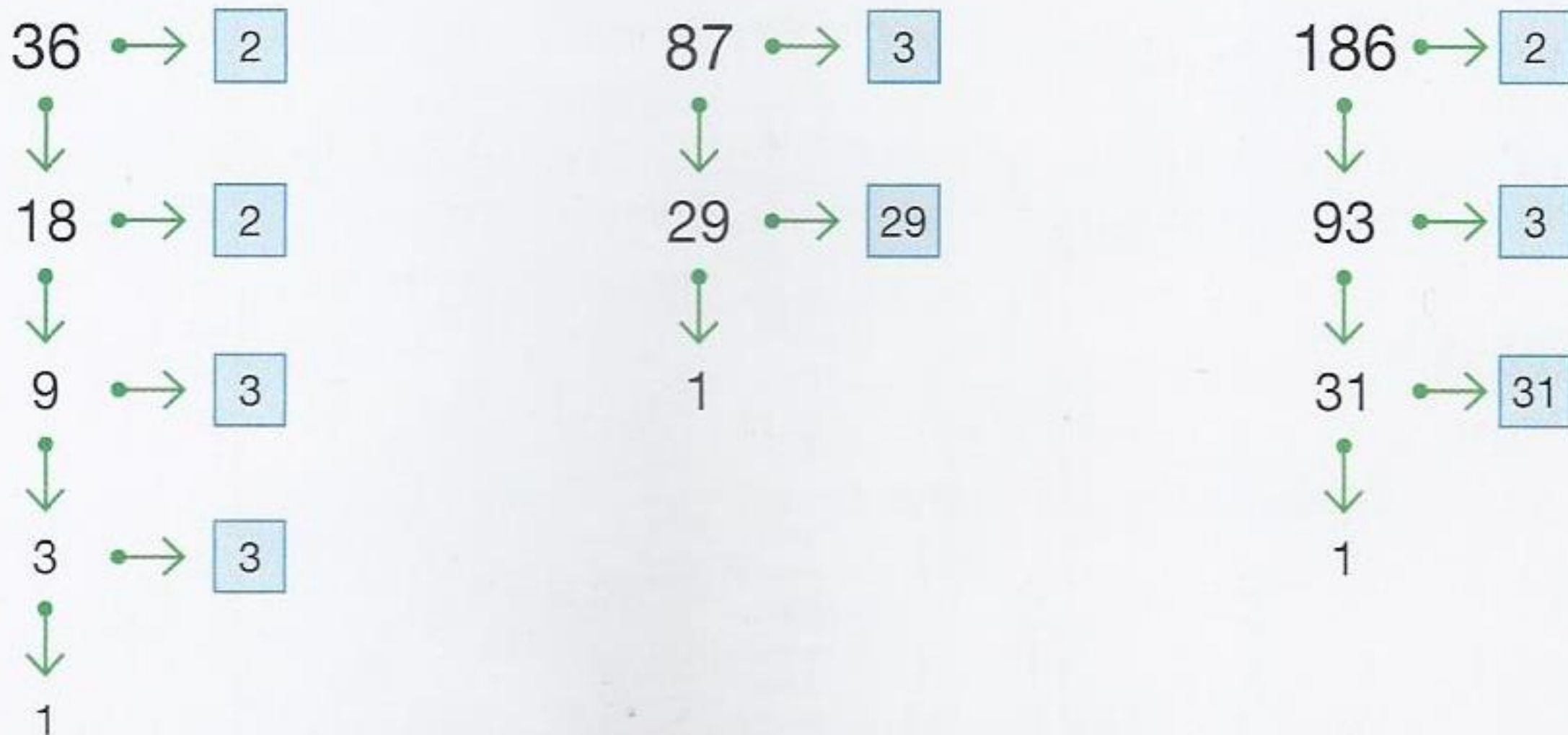
Spirala Ulama

W 1963 r. polski matematyk Stanisław Ulam przedstawił graficznie rozmieszczenie liczb pierwszych. Na kwadratowej tablicy spiralnie wypisał kolejne liczby naturalne. Po naniesieniu bardzo wielu liczb okazało się, że na niektórych liniach liczby pierwsze grupują się częściej niż na innych. Do tej pory nie wyjaśniono, dlaczego tak się dzieje.



Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Iloczyn liczb pierwszych, który tworzy daną liczbę



Rys. 8.2. Rozkład liczb 36, 87 i 186 na czynniki pierwsze

Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Przykłady

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

Rys. 8.1. Liczby złożone i liczby pierwsze mniejsze niż 100

Rozkład liczby złożonej na **czynniki pierwsze** oznacza zapisanie jej jako iloczynu liczb pierwszych.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

lub

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

lub

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

lub

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 1365 & 3 \\ 455 & 5 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$1365 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$$

Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Ćwiczenia do wykonania:

56

70

120

270

520

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

Rys. 8.1. Liczby złożone i liczby pierwsze mniejsze niż 100

Aby rozwiązać bardziej złożony problem algorytmiczny, najlepiej rozłożyć go na prostsze podproblemy. W praktyce oznacza to wyodrębnianie fragmentów programów (podprogramów), które w języku C++ nazywa się **funkcjami**.

Każda funkcja musi mieć nadaną **nazwę**. Po nazwie zawsze występują nawiasy okrągłe, w których podaje się **parametry funkcji**

```
typ nazwa_funkcji(typ parametr1, typ parametr2, ...)  
{  
    //blok instrukcji tworzących treść funkcji  
}
```

Definicja funkcji składa się z **nagłówka funkcji** i **bloku instrukcji**. Nagłówek zawiera typ wartości zwracanej przez funkcję, nazwę funkcji oraz listę parametrów, czyli określenie typu i nazwy każdego z nich.

Funkcja nie zawiera zwykle instrukcji wyświetlania wyniku na ekranie, ale przesyła efekt swego działania za pomocą **instrukcji return** z powrotem do instrukcji programu, która funkcję wywołała.

Kod źródłowy:

Program obliczający podzielność przez 3

```
1. #include <iostream>
2.
3. using namespace std;
4.
5. int ResztaZDzielenia(int a, int b)
6. {
7.     return a % b;
8. }
9.
10. int main()
11. {
12.     int liczba;
13.     cout << "Podaj liczbe: "; cin >> liczba;
14.     cout << "Reszta z dzielenia " << liczba;
15.     cout << " przez 3 wynosi: ";
16.     cout << ResztaZDzielenia(liczba, 3) << endl;
17.
18.     return 0;
19. }
```

KOMPILACJA
CTRL + F9

URUCHOMIENIE
CTRL + F10

Zmodyfikuj kod źródłowy z poprzedniego programu:

**Program
obliczający
reszty
z dzielenia
przez 2,3,5,7**

	KOMPILACJA	URUCHOMIENIE
	CTRL + F9	CTRL + F10

```
10. int main()
11. {
12.     int liczba;
13.     cout << "Podaj liczbe: "; cin>>liczba;
14.
15.     cout << "Reszta z dzielenia liczby " << liczba;
16.     cout << " przez 2, 3, 5, 7: ";
17.     cout << "wynosi odpowiednio:" << endl;
18.     cout << ResztaZDzielenia(liczba, 2) << endl;
19.     cout << ResztaZDzielenia(liczba, 3) << endl;
20.     cout << ResztaZDzielenia(liczba, 5) << endl;
21.     cout << ResztaZDzielenia(liczba, 7) << endl;
22.
23.     return 0;
24. }
```